



Olimpiada Națională de Matematică 2026

Etapă locală - Iași, 30 ianuarie 2026

Clasa a VIII-a

Barem de notare și evaluare

Problema 1. (20 puncte)

Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $\left\{ \frac{x^4 + 48x^2 + 47}{7x^4 + 42x^2 + 35} \right\} = \frac{1}{7}$, unde prin $\{x\}$ înțelegem partea fracționară a lui x .

Gazeta Matematică 10/2025

Barem

$$\frac{x^4 + 48x^2 + 47}{7x^4 + 42x^2 + 35} = \frac{(x^2 + 1)(x^2 + 47)}{7(x^2 + 1)(x^2 + 5)} = \frac{(x^2 + 47)}{7(x^2 + 5)} \dots\dots\dots 5p$$

$$\frac{(x^2 + 47)}{7(x^2 + 5)} = \frac{1}{7} + \frac{6}{x^2 + 5} \dots\dots\dots 5p$$

$$\left\{ \frac{1}{7} + \frac{6}{x^2 + 5} \right\} = \frac{1}{7} + \frac{6}{x^2 + 5} - \left[\frac{1}{7} + \frac{6}{x^2 + 5} \right] = \frac{1}{7} \Rightarrow$$

$$\frac{6}{x^2 + 5} = \left[\frac{1}{7} + \frac{6}{x^2 + 5} \right] = k \in \mathbb{Z}^* \dots\dots\dots 5p$$

$$5 \leq x^2 + 5 \leq 6 \Rightarrow \frac{1}{6} \leq \frac{1}{x^2 + 5} \leq \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{6}{6} \leq k \leq \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{6}{x^2 + 5} = 1 \Rightarrow$$

$$x = -1, x = 1 \dots\dots\dots 5p$$

Problema 2. (25 puncte)

Determinați $x \in \mathbb{R}$ pentru care $\sqrt{2x^2 - 12x + 22} - \sqrt{18x - 3x^2 - 26} = 1$.

Farcaș Marius

Barem

$$\sqrt{2x^2 - 12x + 22} = \sqrt{2(x - 3)^2 + 4} \geq 2, \forall x \in \mathbb{R} \dots\dots\dots 8p$$

$$-\sqrt{18x - 3x^2 - 26} = -\sqrt{1 - 3(x - 3)^2} \geq -1, \forall x \in \mathbb{R} \dots\dots\dots 8p$$

$$\sqrt{2x^2 - 12x + 22} - \sqrt{18x - 3x^2 - 26} \geq 1 \text{ si } \sqrt{2(x - 3)^2 + 4} - \sqrt{1 - 3(x - 3)^2} = 1 \dots\dots 5p$$

$$\Rightarrow (x - 3)^2 = 0 \Rightarrow x = 3 \dots\dots\dots 4p$$



Problema 3. (20 puncte)

Pe planul rombului $ABCD$ de latură a și $m(\sphericalangle A) = 120^\circ$ se ridică perpendiculara AE . Se consideră P, Q, M mijloacele segmentelor AB, AD , respectiv CE .

a) Arătați că punctul M este egal depărtat de punctele A, E, P, C, Q .

b) Dacă $CP \equiv PE$, calculați distanța de la E la planul (MPQ) .

Nistor Alina Nicoleta

Barem

a) $AE \perp (ABC) \Rightarrow AE \perp AC \Rightarrow \triangle AEC$ dreptunghic în A ; dar AM mediană \Rightarrow

$AM = EM = CM$ 2p

$\triangle ABC$ echilateral, CP mediană $\Rightarrow CP \perp AB$ 2p

$AE \perp (ABC)$, $AB \perp CP$, $AB, CP \subset (ABC) \Rightarrow EP \perp PC \Rightarrow \triangle EPC$ dreptunghic în P2p

PM mediană, $\triangle EPC$ dreptunghic în $P \Rightarrow PM = EM = CM$ 2p

analog $QM = EM = CM$ 2p

b) $\triangle EPC$ dreptunghic în P , $CP \equiv PE \Rightarrow \triangle EPC$ dreptunghic isoscel; dar PM mediană \Rightarrow

$PM \perp EC$ 2p

Analog $QM \perp EC$ 2p

$PM \perp EM$, $QM \perp EM$, $PM, QM \subset (MPQ) \Rightarrow EM \perp (MPQ) \Rightarrow EM = d(E, (MPQ))$

.....2p

$\triangle ABC$ echilateral $\Rightarrow CP = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ 2p

$\triangle EPC$ dreptunghic în $P \Rightarrow CE = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow EM = \frac{a\sqrt{6}}{4}$ 2p

Problema 4. (25 puncte)

În cubul $ABCD A' B' C' D'$, de latură $AB = 6$ cm, se consideră punctele $M \in (AA')$, $AM = 4$ cm, T este simetricul punctului A față de B , $DT \cap BC = \{R\}$, $MT \cap BB' = \{N\}$, $NR \cap CC' = \{P\}$.

a) Arătați că $NR \parallel (MDC')$;

b) Calculați tangenta unghiului format de dreptele TP și BD ;

c) Demonstrați că dreptele MP , AC și DR sunt concurente.

Blăjuți Simona



Barem

- a) $\text{sim}_B A = T \Rightarrow AB = BT = 6\text{cm}$, $NB \parallel AM$, B mijloc $AT \Rightarrow NB$ linie mijlocie în $\triangle AMT \Rightarrow NB = 2\text{cm}$, N mijloc MT 3p
 $BR \parallel AD$, B mijloc $AT \Rightarrow BR$ linie mijlocie în $\triangle ADT \Rightarrow BR = 3\text{cm}$, R mijloc DT 3p
 NR linie mijlocie în $\triangle TMD \Rightarrow NR \parallel MD$, $MD \subset (MDC') \Rightarrow NR \parallel (MDC')$ 3p

Sau

$$(BCB') \parallel (ADA'), (TMD) \cap (BCB') = NR, (TMD) \cap (ADA') = MD \text{5p}$$

$$\Rightarrow NR \parallel MD, \text{ dar } MD \subset (MDC') \Rightarrow NR \parallel (MDC') \text{4p}$$

- b) $\triangle NBR \equiv \triangle PCR (C.U.) \Rightarrow NR \equiv RP$, dar $TR \equiv RD \Rightarrow TPDN$ paralelogram3p
 $\Rightarrow TP \parallel ND \Rightarrow \sphericalangle(TP, BD) = \sphericalangle(ND, BD) = \sphericalangle NDB$ 3p
 $\Rightarrow \text{tg}(\sphericalangle NDB) = \frac{NB}{BD} = \frac{2}{6\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{6}$ 2p

- c) Fie $AC \cap DR = \{S\}$, $RC \parallel AD \Rightarrow \triangle SRC \sim \triangle SDA \Rightarrow \frac{SC}{SA} = \frac{1}{2}$ 3p
Fie $AC \cap MP = \{S'\}$, $CP \parallel AA' \Rightarrow \triangle CPS' \sim \triangle AMS' \Rightarrow \frac{S'C}{S'A} = \frac{1}{2}$ 3p
 $\frac{SC}{SA} = \frac{S'C}{S'A} \Rightarrow S = S' \Rightarrow MP \cap AC \cap DR = \{S\}$ 2p

Din oficiu: 10 puncte.